

Prof. A.F.Guimarães

Física 3 – Questões 9

Questão 1

Um fio retilíneo de raio R conduz uma corrente constante i ; outro fio retilíneo de mesmo raio conduz uma corrente contínua i cujo sentido é contrário ao da corrente que flui no outro fio. Estime o módulo do campo magnético B para pontos externos aos dois fios, isto é, para distâncias r (ao centro de um dos fios) maiores do que $3R$. Suponha que os dois fios possuam uma fina camada de isolante e que eles estejam em contato lateral.

Resolução:

Considere a figura abaixo.

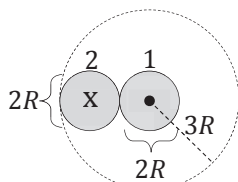


Figura 1.1

Tomando o contorno dado pela circunferência de raio igual a $3R$, teremos, de acordo com a lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_T \quad (1.1)$$

Em que i_T é a intensidade de corrente total presente dentro do contorno. Como os dois condutores (1 e 2) transportam correntes com a mesma intensidade, porém de sentidos contrários, a integral em (1.1) será nula. Logo, o campo, para esse contorno será nulo. E para qualquer contorno com raio superior a $3R$.

Questão 2

Num condutor cilíndrico pode passar uma corrente máxima de 60 A , sem que ocorra fusão de nenhuma parte do fio em consequência do efeito

Joule. O módulo de B na superfície do fio é igual a $8,5 \cdot 10^{-3} \text{ T}$. Encontre o diâmetro do fio.

Resolução:

Na superfície do fio, o módulo do campo magnético é dado por:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{R} \quad (2.1)$$

Substituindo os valores em (2.1), teremos:

$$8,5 \cdot 10^{-3} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \cdot \frac{60}{R} \quad \therefore R = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ \therefore D = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (2.2)$$

Questão 3

Quatro longos fios são dispostos ortogonalmente ao plano da página, como mostra a figura 3.1, sendo cada um deles percorrido, no sentido indicado, por uma corrente i . Determine o vetor B resultante no centro do quadrado.

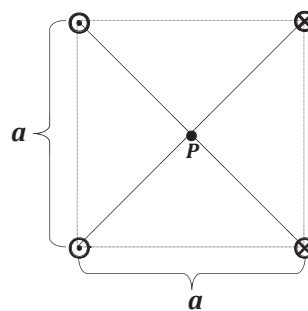


Figura 3.1

Resolução:

O módulo do campo produzido por uma corrente transportada em um fio condutor é dado por:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r} \quad (3.1)$$

Em que r é a distância ortogonal ao condutor, e externo a ele.

Sejam as correntes 1, 2, 3 e 4, conforme indica a figura 3.2.

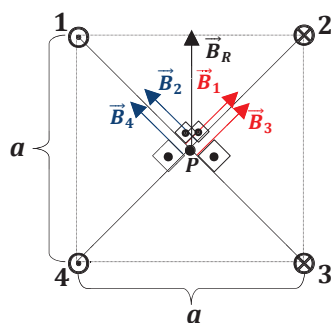


Figura 3.2

Cada corrente produz um campo no ponto P dado por:

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r} \quad (3.2)$$

Em que $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Assim, o resultado de (3.2) fica:

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i}{a} \quad (3.3)$$

De acordo com a regra da mão direita, os vetores $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$ e $\vec{B}_4$ se orientam conforme mostra a figura 3.2. Assim, o vetor resultante será orientado na vertical conforme mostra a referida figura e terá módulo dado por:

$$\begin{aligned} B_R &= 2B\sqrt{2} \\ \therefore B_R &= \frac{2\mu_0 i}{\pi a} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Questão 4

Tome como referência a questão anterior. Suponha que um elétron se desloque ao longo de uma diagonal qualquer indicada na figura 3.1 com uma velocidade $v = 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (no instante em que ele passa pelo ponto P). Calcule o módulo da força magnética que atua sobre o elétron no ponto P. Suponha que o elétron se dirija para o ponto P

ao longo de uma das quatro diagonais; dê a resposta para cada uma das quatro direções respectivas diagonais. Considere: $a = 40 \text{ cm}, i = 10 \text{ A}$.

Resolução:

O elétron, no ponto P, estará sujeito a uma força magnética dada por:

$$\vec{F}_B = -e\vec{v} \wedge \vec{B}_R \quad (4.1)$$

O módulo do campo resultante em P, utilizando o resultado de (3.4) será:

$$B_R = \frac{8 \cdot 10^{-7} \cdot 10}{0,4} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T} \quad (4.2)$$

O módulo da força magnética é dado por:

$$F_B = evB_R \sin\theta \quad (4.3)$$

Qualquer que seja a direção do movimento do elétron, conforme foi sugerido, o valor do seno é sempre o mesmo: $\sin\theta \cong 0,71$. Assim, o módulo da força, qualquer que seja a orientação do movimento, será:

$$\begin{aligned} F_B &= 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 0,71 \\ \therefore F_B &= 2,3 \cdot 10^{-18} \text{ N} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Questão 5

Dois fios longos e paralelos, separados por uma distância d , transportam correntes de sentidos opostos, como mostra a figura 5.1. (a) Mostre que o valor de B no ponto P equidistante dos fios, é dado por:

$$B = \frac{2\mu_0 id}{\pi(4R^2 + d^2)}.$$

(b) Qual o sentido de B ?

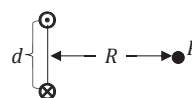


Figura 5.1

Resolução:

a) A distância dos fios até o ponto P é dada por:

$$x = \left(R^2 + \frac{d^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.1)$$

O módulo de B produzido por cada corrente no ponto P é dado por:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{x} \quad (5.2)$$

Da figura 5.2 podemos observar que o módulo do campo resultante é dado por:

$$B_R = 2B \sin \alpha \quad (5.3)$$

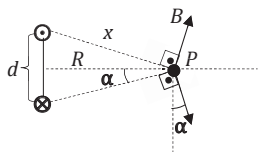


Figura 5.2

Em que o $\sin \alpha$ é dado por:

$$\sin \alpha = \frac{d}{2x} \quad (5.4)$$

Na figura 5.2, os vetores foram orientados de acordo com a regra da mão direita. Utilizando (5.1), (5.2), (5.3) e (5.4), teremos:

$$\begin{aligned} B_R &= \frac{\mu_0 i}{\pi} \cdot \frac{1}{\left(R^2 + \frac{d^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{d}{2 \left(R^2 + \frac{d^2}{4} \right)^{\frac{1}{2}}} \\ \therefore B_R &= \frac{2\mu_0 i}{\pi} \cdot \frac{d}{(4R^2 + d^2)} \quad (5.5) \end{aligned}$$

b) Orientado na horizontal apontando para a direita.

Questão 6

Considere a questão anterior. Suponha que o ponto P esteja situado no centro do segmento que une os dois fios. Calcule o módulo da indução magnética neste ponto para os seguintes casos: (a) as correntes possuem sentidos contrários. (b) as duas correntes estão no mesmo sentido.

Resolução:

a) De acordo com a regra da mão direita, os dois campos produzidos pelas correntes terão a mesma orientação, conforme mostra a figura 6.1.

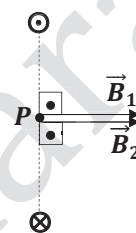


Figura 6.1

Podemos utilizar o resultado (5.5) para $R = 0$. Assim, teremos:

$$\begin{aligned} B_R &= \frac{2\mu_0 i}{\pi} \cdot \frac{d}{(4 \cdot 0^2 + d^2)} \\ \therefore B_R &= \frac{2\mu_0}{\pi} \cdot \frac{i}{d} \quad (6.1) \end{aligned}$$

b) Para o caso em questão, os campos produzidos no ponto P terão sentidos opostos, de acordo com a regra da mão direita, conforme ilustra a figura 6.2. Logo o campo resultante será nulo.

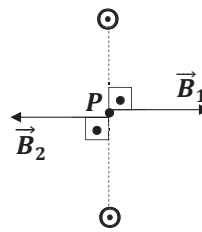


Figura 6.2

Questão 7

Dois longos fios retilíneos, separados pela distância d (10 cm) são ambos percorridos por uma corrente i (100 A). A figura 7.1 representa

uma seção transversal, com os fios dispostos ortogonalmente à página, e o ponto P colocado como indica a figura. Determine o módulo e a direção do campo magnético em P , quando a corrente no fio da esquerda aponta para fora da página e a corrente no fio da direita aponta (a) na mesma direção, (b) na direção oposta.

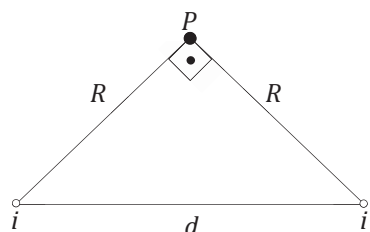


Figura 7.1

Resolução:

a) Acredito que a questão esteja cobrando o campo resultante para as correntes no mesmo sentido, pois a direção é a mesma, a saber: perpendicular ao plano da página. Para esse caso, os campos estarão orientados, conforme a regra da mão direita, de acordo com a figura 7.2.

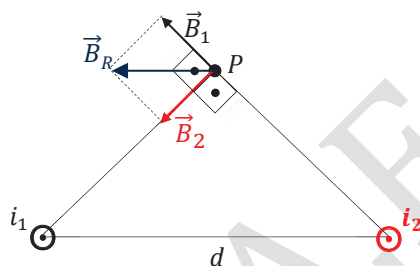


Figura 7.2

Os campos terão módulos dados por:

$$B_1 = B_2 = B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{R} \quad (7.1)$$

Devido à simetria da disposição das correntes com o ponto P , teremos para o campo resultante:

$$B_R = 2B \cos \frac{\pi}{4} \\ \therefore B_R = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i\sqrt{2}}{R} \quad (7.2)$$

b) Mesmo para essa configuração, o campo resultante terá o módulo dado por (7.2), porém a

sua orientação será dada conforme ilustra a figura 7.3.

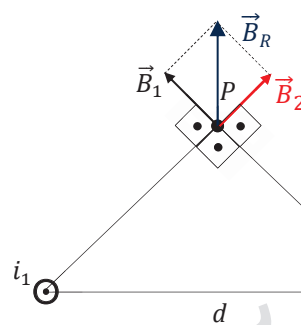


Figura 7.3

Utilizando os dados numéricos teremos:

$$d = R\sqrt{2} \therefore R = \frac{0,1}{\sqrt{2}} \text{ m} \quad (7.3)$$

Substituindo (7.3) em (7.2), teremos:

$$B_R = 4 \cdot 10^{-4} \text{ T} \quad (7.4)$$

Questão 8

Um cilindro comprido, com seu eixo orientado ao longo do eixo Oz , possui uma densidade de corrente $\vec{J}$. A densidade de corrente, embora seja simétrica em relação ao eixo do cilindro, não é constante e varia de acordo com a relação:

$$\vec{J} = \frac{2i_0}{\pi a^2} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \hat{k} \quad \text{para } r \leq a, \\ J = 0 \quad \text{para } r \geq a,$$

onde a é o raio do cilindro, r é a distância radial entre o ponto considerado e o eixo do cilindro e i_0 é uma constante dada em ampères. A) Mostre que i_0 é a corrente total que passa através da seção reta do fio. B) Usando a lei de Ampère, deduza uma expressão para o módulo do campo magnético $\vec{B}$ na região $r \geq a$. C) Obtenha uma expressão para a corrente i contida em uma seção reta circular de raio $r \leq a$ e centralizada sobre o eixo do cilindro. D) Aplicando a lei de Ampère, deduza uma expressão para o módulo do campo

magnético $\vec{B}$ na região $r \leq a$. Como se comparam os resultados dos itens (B) e (D) para $r = a$?

Resolução:

a) Para encontrar a corrente total, temos que integrar a função densidade de corrente para toda área da seção transversal. Assim, temos:

$$i_t = \int_0^A \vec{j} \cdot d\vec{A} \quad (8.1)$$

Em que $dA = 2\pi r \cdot dr$. Assim, utilizando a expressão da densidade de corrente em (8.1), teremos:

$$\begin{aligned} i_t &= \frac{2i_0}{\pi a^2} \int_0^a \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] 2\pi r \, dr \\ i_t &= \frac{4i_0}{a^2} \int_0^a \left(r - \frac{r^3}{a^2} \right) dr \\ i_t &= \frac{4i_0}{a^2} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4a^2} \right]_0^a \therefore i_t = i_0 \end{aligned} \quad (8.2)$$

b) Utilizando a lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i \quad (8.3)$$

Em que i é a corrente dentro da curva amperiana. Para os pontos externos ao condutor, poderemos tomar uma circunferência como a nossa curva amperiana e integrar ao longo dessa curva. Levando em consideração que a corrente dentro da curva é a corrente total, teremos, de (8.3):

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i_0 \therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_0}{r} \quad (8.4)$$

Em que $r > a$.

c) De forma semelhante ao que foi efetuado no item (a), teremos:

$$i = \frac{4i_0}{a^2} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4a^2} \right) \quad (8.5)$$

Em que a integração foi realizada até um ponto interno à seção reta do condutor ($r \leq a$).

d) Utilizando a lei de Ampère (8.3), teremos:

$$\begin{aligned} B \cdot 2\pi r &= \mu_0 \cdot \frac{4i_0}{a^2} \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4a^2} \right) \\ \therefore B &= \frac{2\mu_0 i_0}{\pi a^2} \left(\frac{r}{2} - \frac{r^3}{4a^2} \right) \end{aligned} \quad (8.6)$$

Fazendo em (8.4) e (8.6), $r = a$, teremos os mesmos resultados.

Questão 9

Um cilindro comprido, com seu eixo orientado ao longo do eixo Oz , possui uma densidade de corrente $\vec{j}$. A densidade de corrente, embora seja simétrica em relação ao eixo do cilindro, não é constante, porém varia de acordo com a relação:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= \left(\frac{b}{r} \right) e^{\frac{(r-a)}{\delta}} \hat{k} \quad \text{para } r \leq a, \\ j &= 0 \quad \text{para } r \geq a, \end{aligned}$$

onde a é o raio do cilindro e r é a distância radial entre o ponto considerado e o eixo do cilindro, b é uma constante igual a $600 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$, e δ é uma constante igual a $2,50 \text{ cm}$. A) Seja i_0 a corrente total que passa através da seção reta do fio. Obtenha uma expressão para a corrente i_0 em termos de b , δ e a . Faça os cálculos para obter o valor numérico de i_0 . B) Usando a lei de Ampère deduza uma expressão para o módulo do campo magnético $\vec{B}$ na região $r \geq a$. Expresse o resultado em função de i_0 em vez de b . C) Obtenha uma expressão para a corrente i contida em uma seção reta circular de raio $r \leq a$ e centralizada sobre o eixo do cilindro. Expresse o resultado em função de i_0 em vez de b . D) A partir da lei de Ampère, deduza uma expressão para o módulo do campo magnético $\vec{B}$ na região $r \leq a$. E) Calcule o módulo do campo magnético para $r = \delta$, $r = a$ e $r = 2a$.

Resolução:

a) Vamos integrar a função densidade de corrente para toda a seção reta do condutor. Assim, teremos a corrente total. Logo:

$$i_0 = 2\pi b \int_0^a \frac{e^{(r-a)/\delta}}{r} \cdot r \cdot dr$$

$$\therefore i_0 = 2\pi b \delta (1 - e^{-a/\delta})$$

(9.1)

Substituindo os valores numéricos em (9.1), teremos:

$$i_0 = 30\pi(1 - e^{-40a})$$

(9.2)

b) Para $r \geq a$, teremos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_0$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_0}{r}$$

(9.3)

c) Para $r \leq a$, integramos conforme foi efetuado no item (a), porém até um ponto do interior do condutor. Assim, teremos:

$$i = 2\pi b \int_0^x e^{\frac{(r-a)}{\delta}} dr$$

$$\therefore i = 2\pi b \delta \left[e^{\frac{(x-a)}{\delta}} - e^{\frac{-a}{\delta}} \right]$$

(9.4)

Agora, utilizando o resultado de (9.1) em (9.4) e trocando x por r , teremos:

$$i = i_0 \cdot \frac{(e^{(r-a)/\delta} - e^{-a/\delta})}{(1 - e^{-a/\delta})}$$

(9.5)

d) Para o campo na região do item (c), teremos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

(9.6)

Utilizando o resultado de (9.5) em (9.6), teremos:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_0}{r} \cdot \frac{(e^{(r-a)/\delta} - e^{-a/\delta})}{(1 - e^{-a/\delta})}$$

(9.7)

e) Para $r = \delta$:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_0}{\delta} \cdot \frac{e^{-a/\delta}(e - 1)}{(1 - e^{-a/\delta})}$$

(9.8)

Para $r = a$ ou $r = 2a$, teremos o resultado dado por (9.3).

Obs.: A questão não ofereceu o raio do condutor, logo optei por não utilizar os valores numéricos nos itens de (b) até (e).

Questão 10

Num condutor cilíndrico maciço (de raio b) flui uma corrente total i_0 através da seção reta do cilindro. A densidade de corrente varia com a distância ao eixo do cilindro de acordo com a relação: $J = Ar$, onde r é a distância ao eixo central e A é uma constante com dimensão de corrente sobre L^3 . Determine o módulo da indução magnética para os pontos: (a) externos ao condutor ($r > b$), (b) internos ao condutor ($r < b$).

Resolução:

a) Para $r > b$, teremos:

$$i_0 = \int J dA$$

$$i_0 = 2\pi A \int_0^b r^2 dr$$

$$\therefore i_0 = \frac{2\pi A b^3}{3}$$

(10.1)

Utilizando a lei de Ampère, temos:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_0}{r}$$

(10.2)

Utilizando o resultado de (10.1) em (10.2), teremos:

$$B = \frac{\mu_0 A b^3}{3r}$$

(10.3)

b) Para $r < b$, teremos:

$$i = \int J dA$$

$$i = 2\pi A \int_0^x r^2 dr$$

$$\therefore i = \frac{2\pi A x^3}{3}$$

(10.4)

Pela lei de Ampère temos:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

(10.5)

Utilizando o resultado de (10.4) em (10.5) e mudando de x para r , teremos:

$$B = \frac{\mu_0 A r^2}{3}$$

(10.6)

Questão 11

Um longo cabo coaxial é constituído por dois condutores concêntricos cujas dimensões estão especificadas na figura 11.1. Os dois condutores são percorridos, em sentidos opostos, por correntes i , de mesma intensidade. (a) Calcule o campo magnético B num ponto do condutor interno, que dista r do seu centro ($r < a$). (b) Calcule o valor de B entre os dois condutores ($a < r < b$). (c) Calcule o valor de B dentro do condutor externo ($b < r < c$). (d) Calcule o valor de B para um ponto fora do cabo ($r > c$).

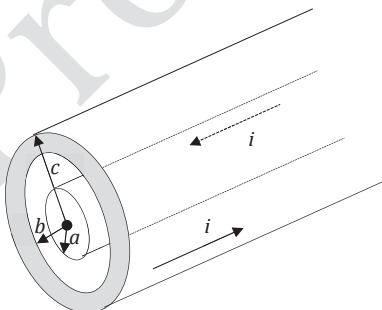


Figura 11.1

Resolução:

a) Para $r < a$, teremos para a corrente:

$$i' = \frac{i \cdot r^2}{a^2}$$

(11.1)

Agora, aplicando a lei de Ampère e utilizando (11.1), teremos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i'$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i \cdot r}{a^2}$$

(11.2)

b) Para $a < r < b$, temos para a corrente dentro da curva amperiana, toda a corrente do condutor interno. Assim, teremos:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

(11.3)

c) Para $b < r < c$, temos para a corrente:

$$i'' = i \left[1 - \frac{(r^2 - b^2)}{(c^2 - b^2)} \right]$$

(11.4)

Temos que subtrair da corrente total do condutor interno, a fração de corrente da seção do condutor externo. Agora, aplicando a lei de Ampère, e utilizando (11.4), teremos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i''$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r} \cdot \frac{(c^2 - r^2)}{(c^2 - b^2)}$$

(11.5)

d) Para $r > c$, a corrente total é nula ($i_t = i - i$), pois as mesmas percorrem sentidos opostos. Logo o campo também será nulo, de acordo com a lei de Ampère.

Questão 12

Dê as respostas dos itens da questão anterior em função da densidade de corrente J .

Resolução:

a) Para o condutor interno teremos uma densidade de corrente dada por J_i . Assim sendo, a corrente total para o referido condutor será:

$$i = J_i \pi a^2 \quad (12.1)$$

Substituindo (12.1) no resultado de (11.2), teremos:

$$B = \frac{\mu_0 J_i r}{2} \quad (12.2)$$

b) Utilizando (12.1) em (11.3), teremos:

$$B = \frac{\mu_0 J_i a^2}{2r} \quad (12.3)$$

c) Nesse caso devemos subtrair as correntes conforme foi efetuado em (11.4). No entanto, temos que encontrar as relações das densidades de correntes dos condutores interno e externo. Como os dois condutores transportam a mesma intensidade de corrente teremos:

$$J_i \pi a^2 = J_e \pi (b^2 - a^2) \\ \therefore J_e = \frac{J_i a^2}{(b^2 - a^2)} \quad (12.4)$$

Em que J_e é a densidade de corrente no condutor externo. Assim, teremos para o campo:

$$B = \frac{\mu_0 J_i a^2}{2r} \cdot \frac{(b^2 - r^2)}{(b^2 - a^2)} \quad (12.5)$$

No entanto, não seria diferente se utilizássemos diretamente (12.1) no resultado de (11.5).

d) O campo é nulo conforme foi explicado na questão anterior.

Questão 13

A figura 13.1 mostra um cilindro condutor oco, de raios a e b , que transporta uma corrente i uniformemente distribuída ao longo da sua seção

reta. (a) Mostre que, para pontos dentro da massa do condutor, isto é, para $a < r < b$, o campo magnético B é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(b^2 - a^2)} \cdot \frac{r^2 - a^2}{r}.$$

(b) Mostre que para $r < a$ o campo magnético é nulo.

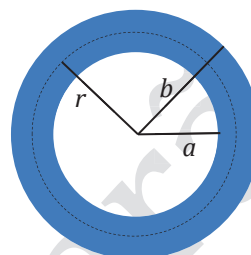


Figura 13.1

Resolução:

A corrente dentro da curva amperiana é dada por:

$$i' = \frac{i(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)} \quad (13.1)$$

Aplicando a lei de Ampère, teremos:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i' \\ \therefore B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r} \cdot \frac{(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)} \quad (13.2)$$

Questão 14

Na questão anterior a cavidade cilíndrica era *concêntrica*. O entanto, esta questão envolve uma cavidade cilíndrica *excêntrica*. Considere um condutor cilíndrico de raio R_1 com uma cavidade de raio R_2 ; seja x_0 a distância entre o eixo do condutor e o eixo da cavidade conforme mostra a figura 14.1. Uma corrente i está uniformemente distribuída sobre a área escura na figura. Considere um sistema Oxy com origem O no centro da seção reta do condutor; o eixo Ox é orientado do centro O para o centro O' de seção reta da cavidade. Determine expressões para o módulo B para os pontos: (a) Ao longo do eixo do

condutor (o qual passa em O), (b) ao longo do eixo da cavidade (que passa em O'), (c) ao longo do eixo Oy . Sugestão: Use o princípio da superposição.

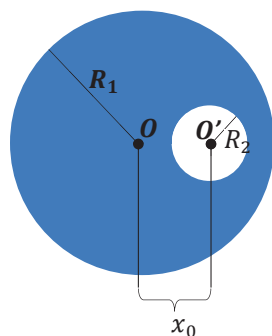


Figura 14.1

Resolução:

A corrente percorre o condutor ao longo do eixo do mesmo, logo, o B será nulo nos dois casos: ao longo do eixo do condutor e ao longo do eixo da cavidade.

Agora, vamos considerar que o eixo Oy aponta na direção perpendicular à direção do condutor, por exemplo, na vertical para cima conforme mostra a figura 14.2.

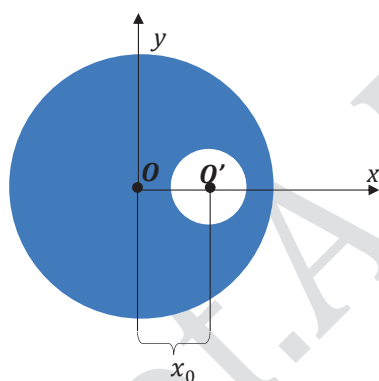


Figura 14.2

A densidade de corrente é dada por:

$$J = \frac{i}{\pi(R_1^2 - R_2^2)} \quad (14.1)$$

Vamos utilizar duas curvas amperianas, a saber: uma com raio r e outra com raio R_2 , conforme mostra a figura 14.3. Dessa forma poderemos então aplicar o princípio da superposição.

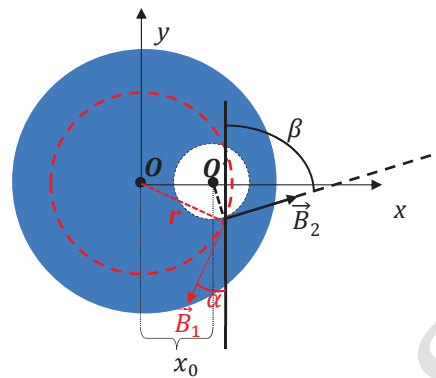


Figura 14.3

No caso a corrente na parte escura está entrando no plano da página. Para simular a cavidade vamos considerar uma corrente saindo do plano da página. Tal corrente é dada pela mesma densidade de corrente dada em (14.1). Assim teremos dois campos, a saber: um dado pela corrente dentro da curva em vermelho (entrando no plano da página) e outro dado pela corrente dentro da curva em preto (saindo do plano da página). Desta forma teremos:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{(R_1^2 - R_2^2)} \cdot r \quad (14.2)$$

E

$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{(R_1^2 - R_2^2)} \cdot R_2 \quad (14.3)$$

O campo resultante é dado por:

$$\vec{B}_R = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad (14.4)$$

Poderemos encontrar as componentes do campo nas direções de Ox e Oy . Assim teremos para Ox :

$$B_{Rx} = B_1 \sin \alpha - B_2 \sin \beta$$

$$B_{Rx} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{(R_1^2 - R_2^2)} [r \sin \alpha - R_2 \sin \beta] \quad (14.5)$$

Mas $r \sin \alpha = R_2 \sin \beta$. Logo, o resultado de (14.5) será nulo. Para a direção Oy temos:

$$B_{Ry} = B_1 \cos \alpha - B_2 \cos \beta$$

$$B_{Ry} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{(R_1^2 - R_2^2)} [r \cos \alpha - R_2 \cos \beta]$$

(14.6)

Mas $r \cos \alpha - R_2 \cos \beta = x_0$. Logo, o resultado de (14.6) será:

$$B_{Ry} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i \cdot x_0}{(R_1^2 - R_2^2)}$$

(14.7)

No caso, o campo aponta na direção de Oy no sentido negativo. O campo será então uniforme dentro da cavidade e aponta na vertical (direção de Oy). Se a corrente no condutor sair do plano da página, o campo apontará no sentido positivo.

Questão 15

Determine literalmente o módulo da força magnética resultante (por unidade de comprimento) sobre cada um dos fios indicados na figura 3.1.

Resolução:

Considere por exemplo o fio que transporta uma corrente i no canto inferior esquerda da referida figura.

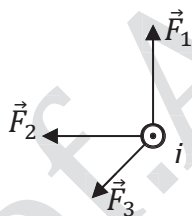


Figura 15.1

Os módulos das forças são dados por:

$$F_1 = F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i^2}{d} \cdot l$$

(15.1)

E

$$F_3 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i^2}{d\sqrt{2}} \cdot l$$

(15.2)

A força resultante na direção de Ox será:

$$F_{Rx} = F_2 + F_3 \cos \frac{\pi}{4}$$

(15.3)

Utilizando (15.1) e (15.2) em (15.3), teremos:

$$F_{Rx} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i^2}{d} \cdot l$$

(15.4)

A força resultante na direção de Oy será:

$$F_{Ry} = F_1 - F_3 \sin \frac{\pi}{4}$$

(15.5)

Utilizando (15.1) e (15.2) em (15.5), teremos:

$$F_{Ry} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i^2}{d} \cdot l$$

(15.6)

Com (15.4) e (15.6) podemos obter a força resultante, que será:

$$F_R = (F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{F_R}{l} = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i^2}{d}$$

(15.7)

O resultado de (15.7) é válido para os demais condutores na figura.

Questão 16

Um fio de cobre, longo, transporta uma corrente de 10 A. Calcule o fluxo magnético por unidade de comprimento do fio para uma superfície S , no seu interior, indicada na figura 16.1.

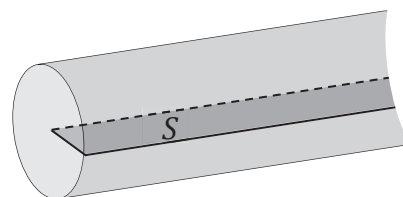


Figura 16.1

Resolução:

O campo no interior de um condutor que transporta uma corrente uniformemente distribuída é dado por (11.2). O fluxo do campo por sua vez é dado por:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (16.1)$$

No caso, o campo é perpendicular à superfície S. Utilizando o resultando de (11.2), teremos:

$$\begin{aligned} \Phi_B &= \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{R^2} \cdot l \int_0^R r \, dr \\ \therefore \frac{\Phi_B}{l} &= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \end{aligned} \quad (16.2)$$

Em que $dA = l \cdot dr$. Substituindo os valores teremos:

$$\frac{\Phi_B}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{4\pi} = 10^{-6} \text{Wb} \cdot \text{m}^{-1} \quad (16.3)$$

Questão 17

Um condutor cilíndrico longo de raio a transporta uma corrente i . Outro condutor cilíndrico longo de mesmo raio possui eixo paralelo ao primeiro condutor e transporta a mesma corrente. A distância entre os eixos dos cilindros é igual a d , sendo $d > 2a$. Determine o fluxo magnético total (por unidade de comprimento) através do plano que contém os eixos e para a região situada entre os referidos eixos, nos seguintes casos: (a) as correntes possuem o mesmo sentido, (b) as correntes possuem sentidos contrários.

Resolução:

a) As contribuições para o fluxo total entre os eixos para as correntes no mesmo sentido se anulam mutuamente. Vejamos:

O fluxo total será dado por:

$$\Phi_B = \int_0^d \vec{B}_R \cdot d\vec{A} \quad (17.1)$$

Em que B_R , utilizando (2.1) e o resultado de (11.2), é dado por:

$$\begin{aligned} B_R &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{x}{a^2} - \frac{1}{d-x} \right) & 0 \leq x \leq a \\ B_R &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{d-x} \right) & a \leq x \leq \frac{d}{2} \end{aligned} \quad (17.2)$$

Devemos integrar B_R em toda a região entre os eixos. No entanto, devido à simetria do problema, poderemos integrar de $x = 0$ até $x = \frac{d}{2}$ e depois multiplicar por 2. Ainda, considerando a simetria dos campos, observa-se que a contribuição da primeira metade é oposta à contribuição da segunda metade. Assim, o fluxo total é nulo (Figura 17.1).

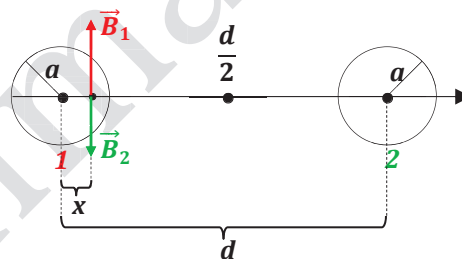


Figura 17.1 – Seção transversal das duas correntes perpendiculares ao plano da página e apontado para fora da mesma.

b) Nesse caso os campos se somam, na região entre os eixos. A figura 17.2 mostra a configuração das correntes e dos campos para a situação imposta pela questão.

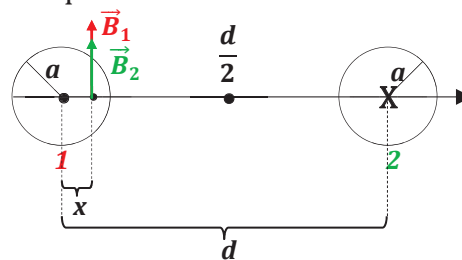


Figura 17.2 - Seção transversal das duas correntes perpendiculares ao plano da página com sentidos opostos.

Desta forma teremos:

$$\begin{aligned} B_R &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{x}{a^2} + \frac{1}{d-x} \right) & 0 \leq x \leq a \\ B_R &= \frac{\mu_0 i}{2\pi} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) & a \leq x \leq \frac{d}{2} \end{aligned} \quad (17.3)$$

Agora, integrando até a metade e multiplicando por 2, teremos:

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i}{\pi} \cdot l \left[\int_0^a \left(\frac{x}{a^2} + \frac{1}{d-x} \right) dx + \int_a^{\frac{d}{2}} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx \right] \quad (17.4)$$

Em que $dA = l \cdot dx$. Efetuando a integração em (17.4), teremos:

$$\begin{aligned} \frac{\Phi_B}{l} &= \frac{\mu_0 i}{\pi} \left[\left(\frac{x^2}{2a^2} - \ln(d-x) \right) \Big|_0^a + \left(\ln(x) - \ln(d-x) \right) \Big|_a^{\frac{d}{2}} \right] \\ \frac{\Phi_B}{l} &= \frac{\mu_0 i}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \ln d - \ln a \right] \\ \therefore \frac{\Phi_B}{l} &= \frac{\mu_0 i}{\pi} \left[\frac{1}{2} + \ln \frac{d}{a} \right] \quad (17.5) \end{aligned}$$

Obs.: Poderíamos utilizar o resultado de (16.2) para o fluxo dentro de cada condutor devido à sua própria corrente. E depois somar com as outras contribuições de fluxo para a região entre os eixos.

Questão 18

Mostre que o campo magnético de um solenoide é dado por:

$$B = \mu_0 i_0 n.$$

Não use a lei de Ampère; faça a demonstração dividindo o solenoide em espiras de corrente infinitesimais e integrando ao longo do solenoide.

Resolução:

O campo em um dado ponto do eixo de uma espira percorrida por uma corrente é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (18.1)$$

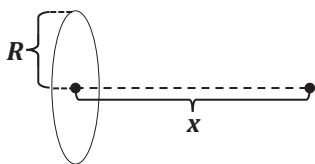


Figura 18.1

Seja essa única espira um elemento de corrente di . Assim, teremos:

$$dB = \frac{\mu_0 R^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot di \quad (18.2)$$

Em que o elemento de corrente vale:

$$di = \frac{N}{l} \cdot i \cdot dx \quad (18.3)$$

Em (18.3), N é o número total de espiras e l é o comprimento do solenoide. Substituindo (18.3) em (18.2) e integrando de $x = 0$ até $x = \frac{l}{2}$, e depois multiplicando por 2, teremos:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 N i R^2}{l} \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \\ B &= \frac{\mu_0 N i}{l} \left[\frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right]_0^{\frac{l}{2}} \\ \therefore B &= \frac{\mu_0 N i}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \quad (18.4) \end{aligned}$$

Consideramos um solenoide quando temos várias espiras bem próximas, de tal forma que o raio das mesmas seja bem menor do que o comprimento da hélice. Ainda que tomemos a metade do comprimento da hélice, podemos dizer: $\frac{l}{2} \gg R$. Logo, do resultado de (18.4), teremos:

$$\begin{aligned} B &\cong \frac{\mu_0 N i}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2}} \\ \therefore B &\cong \frac{\mu_0 N i}{l}; \quad \frac{N}{l} = n \quad (18.5) \end{aligned}$$

O resultado de (18.5) foi calculado somente para o eixo do solenoide, mas podemos considerar que esse é o valor do campo ao longo de todo o volume do interior do mesmo. Isto acontece porque o raio do mesmo é muito menor do que o comprimento da hélice.

Questão 19

O fio que aparece na figura 19.1 é percorrido por uma corrente i . Qual é o valor da contribuição para o campo magnético no centro C da semicircunferência devida (a) a cada segmento retilíneo de comprimento l , (b) à semicircunferência de raio R e (c) a todo fio?

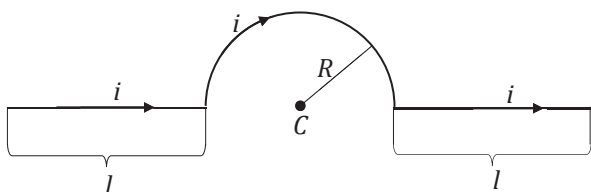


Figura 19.1

Resolução:

a) Aplicaremos a lei de Biot-Savart, que é dada por:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \wedge \vec{r}}{r^3} \quad (19.1)$$

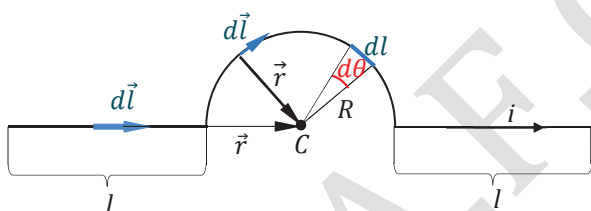


Figura 19.2

Para o segmento retilíneo da esquerda como para o da direita, temos:

$$|d\vec{l} \wedge \vec{r}| = 0 \quad (19.2)$$

Pois os vetores são paralelos, conforme mostra a figura 19.2. Logo podemos concluir que esses segmentos não contribuem com campo magnético em C .

b) Observa-se da figura 19.2 que para a semicircunferência, teremos:

$$|d\vec{l} \wedge \vec{r}| = R \cdot dl \cong R^2 d\theta \quad (19.3)$$

Em que $d\theta$ é um elemento de ângulo em radiano. Assim, substituindo em (19.1), teremos:

$$dB_C = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d\theta}{R} \quad (19.4)$$

Integrando (19.4) para $\theta = 0$ até $\theta = \pi$, teremos:

$$B_C = \frac{\mu_0 i}{4R} \quad (19.5)$$

No caso em questão, o campo é perpendicular ao plano da página e apontando para dentro da mesma.

c) A única contribuição em C é o resultado dado por (19.5).

Questão 20

Um disco de plástico de raio R possui uma carga total q , distribuída uniformemente em sua superfície. Se o disco gira em torno do seu eixo com uma velocidade angular ω , mostre que (a) o campo magnético no centro do disco será igual a

$$B = \frac{\mu_0 \omega q}{2\pi R},$$

e que (b) o momento de dipolo magnético do disco será dado por:

$$\mu = \frac{\omega q R^2}{4}.$$

Resolução:

a) A figura 20.1 mostra a configuração do disco.

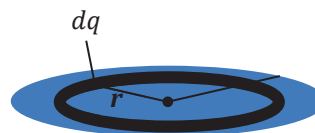


Figura 20.1

A carga está uniformemente distribuída ao longo da área do disco, de tal forma que um elemento de área do disco, como mostra a figura 20.1, terá uma carga dada por:

$$dq = \frac{q}{\pi R^2} \cdot dA \quad (20.1)$$

Em que $dA = 2\pi r \cdot dr$. Tomando (20.1) no período de rotação, teremos o elemento de corrente dado por:

$$di = \frac{q}{\pi R^2} \cdot \omega r \cdot dr \quad (20.2)$$

Em que ω é a velocidade angular do disco ($\omega = \frac{2\pi}{T}$, T é o período). Podemos então escrever a expressão do campo gerado pela corrente (20.2):

$$dB = \frac{\mu_0 di}{2r} \quad (20.3)$$

Agora, tomando a contribuição total, ou seja, integrando (20.3) ao longo do raio, teremos:

$$B = \frac{\mu_0 q \omega}{2\pi R^2} \int_0^R dr$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 q \omega}{2\pi R} \quad (20.4)$$

b) De forma semelhante, podemos escrever a expressão para o elemento de dipolo:

$$d\mu = \pi r^2 di \quad (20.5)$$

Agora, utilizando (20.2) e tomando a contribuição total, ou seja, integrando, teremos:

$$\mu = \frac{q\omega}{R^2} \int_0^R r^3 dr$$

$$\therefore \mu = \frac{q\omega R^2}{4} \quad (20.6)$$

Questão 21

Determine o módulo da indução magnética de um fio retilíneo de comprimento l , por onde passa uma corrente i , num ponto P situado a uma

distância y do fio. Dê a resposta em função dos ângulos θ_1 e θ_2 formados entre a normal ao fio baixada do ponto P e pelas retas que unem o ponto P com as extremidades do fio considerado.

Resolução:

A figura 21.1 representa a configuração da questão.

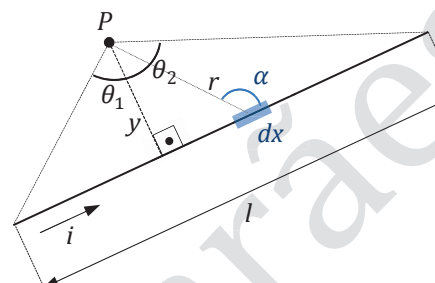


Figura 21.1

Utilizando a lei de Biot-Savart para o caso em questão, temos:

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{dx \sin \alpha}{r^2} \quad (21.1)$$

Temos que encontrar uma relação de x com o ângulo α , pois os dois variam simultaneamente. Para isso, vamos tomar um triângulo retângulo que contém a normal y , a posição x e o ângulo α (figura 21.2).

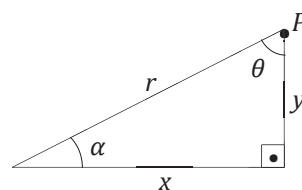


Figura 21.2

Da figura 21.2 podemos concluir:

$$\sin \alpha = \cos \theta \quad (21.2)$$

E também:

$$x = y \cdot \tan \theta \Rightarrow dx = y \cdot \sec^2 \theta d\theta \quad (21.3)$$

Podemos observar também, da figura 21.2:

$$r = \frac{y}{\cos \theta} \quad (21.4)$$

Agora, utilizando (21.2), (21.3) e (21.4) em (21.1), teremos:

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi y} \cdot \cos \theta d\theta \quad (21.5)$$

Agora podemos integrar, no entanto devemos observar que a variação passa pelo ângulo zero, então os limites de integração serão $\theta = -\theta_1$ até $\theta = \theta_2$. Então:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi y} \int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 i}{4\pi y} (\sin \theta_2 + \sin \theta_1) \quad (21.6)$$

Lembrando que $\sin -\theta = -\sin \theta$.

Questão 22

Considere a questão anterior. Suponha que o ponto P esteja sobre a mediatriz do fio. Obtenha a expressão do módulo da indução magnética em termos da distância y ao fio e do comprimento l do fio.

Resolução:

Na questão anterior, observando a figura 21.2, fazendo $x = \frac{l}{2}$, teremos:

$$r = \sqrt{\frac{l^2}{4} + y^2} \quad (22.1)$$

Estando o ponto P sobre a mediatriz, poderemos então tomar $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ no resultado de (21.6), logo:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi y} \cdot 2\sin \theta \quad (22.2)$$

Ainda, observando a figura 21.2, podemos escrever:

$$\sin \theta = \frac{l}{\sqrt{l^2 + 4y^2}} \quad (22.3)$$

Agora, substituindo (22.3) em (22.2), teremos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi y} \cdot \frac{2l}{\sqrt{l^2 + 4y^2}} \quad (22.4)$$

Questão 23

Você recebe um fio de comprimento l no qual pode passar uma corrente i . Esse fio pode ser dobrado na forma de um círculo ou de um quadrado. Qual das duas formas dará o maior valor para B no centro da figura?

Resolução:

Para uma espira de comprimento l , teremos como raio:

$$R = \frac{l}{2\pi} \quad (23.1)$$

O campo no centro de uma espira circular de raio R , tomando o resultado (19.5) para uma espira completa, é dado por:

$$B_{EC} = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad (23.2)$$

Substituindo (23.1) em (23.2) e utilizando o valor aproximado para π ($\pi \cong 3,14$), teremos:

$$B_{EC} \cong \frac{3,14 \cdot \mu_0 i}{R} \quad (23.3)$$

Para a espira quadrada, cada lado possui um comprimento igual a $\frac{l}{4}$. Assim, utilizando o resultado (22.4), teremos para o campo no centro desta espira a:

$$B_{EQ} = 4 \cdot \frac{\mu_0 i}{4\pi \left(\frac{l}{8}\right)} \cdot \frac{2 \left(\frac{l}{4}\right)}{\sqrt{l^2 + 4 \left(\frac{l}{8}\right)^2}} \quad (23.4)$$

Assim, após as manipulações em (23.4), teremos:

$$B_{EQ} \cong \frac{3,6\mu_0 i}{l} \quad (23.5)$$

Comparando (23.3) e (23.5), podemos concluir que na espira quadrada o campo é mais intenso.

Questão 24

Um fio é dobrado na forma de um polígono regular de n lados inscrito num círculo de raio a . Se este fio for percorrido por uma corrente i , mostre que o valor de B no centro do polígono é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 n i}{2\pi a} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{n} \right).$$

Mostre também que, quando $n \rightarrow \infty$, este resultado tende para o valor correspondente a uma espira circular.

Resolução:

O campo gerado estará sobre a mediana dos lados do polígono. Assim, poderemos utilizar (22.2), sendo:

$$y = a \cos \theta \quad (24.1)$$

Logo, utilizando (22.2), teremos:

$$B_n = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{2 \operatorname{sen} \theta}{a \cos \theta} \quad (24.2)$$

Óbvio será que o ângulo central, para cada lado, vale 2θ . Logo, teremos:

$$2\theta = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{n} \quad (24.3)$$

Substituindo o resultado (24.3) em (24.2), teremos:

$$B_n = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{n} \right) \quad (24.4)$$

Agora tomando a contribuição total:

$$B = n B_n = \frac{\mu_0 n i}{2\pi a} \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{n} \right) \quad (24.5)$$

Em que $n > 2$. Tomando $n \rightarrow \infty$ em (24.5), teremos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{n} \right) \quad (24.6)$$

Podemos expandir a $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{n} \right)$ da seguinte forma:

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{n} \right) = \frac{\pi}{n} + \frac{(\pi/n)^3}{3} + \frac{2(\pi/n)^5}{15} + \dots; \quad \frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{2} \quad (24.7)$$

Ver em: SPIEGEL, M. R., Ed. McGraw-Hill do Brasil, 1973, p.111

Utilizando o (24.7) em (24.6), teremos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\pi + \frac{\pi^3}{3n^2} + \frac{2\pi^5}{15n^4} + \dots \right) \\ \therefore B = \frac{\mu_0 i}{2a} \quad (24.8)$$

Questão 25

Numa espira retangular de lados a e b circula uma corrente i . Determine B sobre os pontos do eixo de simetria ortogonal à espira. Dê a resposta em função da distância x ao centro da espira.

Resolução:

Vamos utilizar (22.4) para solucionar essa questão. No entanto, previamente, devemos observar a configuração desse problema. A figura 25.1 mostra a disposição da espira e o ponto sobre o eixo de simetria onde será determinado B .

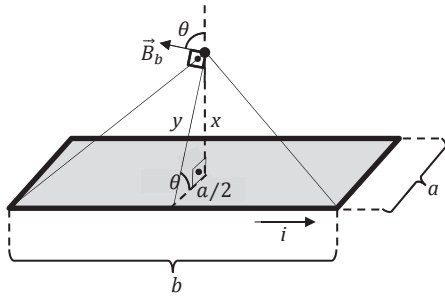


Figura 25.1

Assim, utilizando (22.4) para o lado b , teremos:

$$B_b = \frac{\mu_0 i}{4\pi y} \cdot \frac{2b}{\sqrt{b^2 + 4y^2}}; y = \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}} \quad (25.1)$$

No entanto, a contribuição efetiva para o campo no ponto em questão, será a componente na direção vertical. Pois as componentes na direção horizontal se anularão mutuamente. Logo:

$$B_{bv} = \frac{\mu_0 i}{4\pi y} \cdot \frac{2b}{\sqrt{b^2 + 4y^2}} \cdot \cos\theta; \cos\theta = \frac{a}{2y} \quad (25.2)$$

Ou seja,

$$B_{bv} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot \frac{a \cdot b}{4 \left(x^2 + \frac{a^2}{4} \right) \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}}} \quad (25.3)$$

De forma semelhante, temos para o lado a :

$$B_{av} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \cdot \frac{a \cdot b}{4 \left(x^2 + \frac{b^2}{4} \right) \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}}} \quad (25.4)$$

Assim, o campo resultante será:

$$B_R = 2(B_{bv} + B_{av})$$

$$\therefore B_R = \frac{4\mu_0 iab}{\pi \sqrt{16x^2 + 4(a^2 + b^2)}} \cdot \left[\frac{1}{4x^2 + a^2} + \frac{1}{4x^2 + b^2} \right] \quad (25.5)$$

Utilizando $x = 0$ em (25.5), teremos:

$$B_R = \frac{4\mu_0 iab}{\pi \sqrt{4(a^2 + b^2)}} \cdot \left[\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right]$$

$$\therefore B_R = \frac{2\mu_0 i}{\pi \sqrt{a^2 + b^2}} \left(\frac{a^2 + b^2}{ab} \right) \quad (25.6)$$

Ou ainda:

$$B_R = \frac{2\mu_0 i}{\pi ab} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \quad (25.7)$$

Questão 26

Uma espira circular possui raio a . Outra espira circular de raio b , sendo b maior do que a . Em cada espira passa a mesma corrente i no mesmo sentido de giro. As duas espiras estão situadas em planos paralelos e a distância entre os centros das espiras é igual a x_0 . Determine o módulo da indução magnética no eixo de simetria comum das espiras para os pontos situados: (a) entre os planos das espiras ($x < x_0$), (b) fora dos planos das espiras ($x > x_0$).

Resolução:

a) A figura 26.1 mostra a configuração da questão:

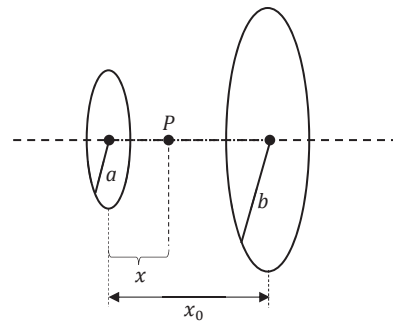


Figura 26.1

O campo gerado por uma corrente em uma espira é dado por (18.1). Como as duas correntes estão girando no mesmo sentido, teremos então no ponto P:

$$B_R = \frac{\mu_0 i}{2} \left[\frac{a^2}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{b^2}{(b^2 + (x_0 - x)^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (26.1)$$

b) Para um ponto fora dos planos das espiras teremos:

$$B_{RE} = \frac{\mu_0 i}{2} \left[\frac{a^2}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{b^2}{(b^2 + (x_0 + x)^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (26.2)$$

Se o ponto estiver à esquerda da espira de raio a .

$$B_{RD} = \frac{\mu_0 i}{2} \left[\frac{a^2}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{b^2}{(b^2 + (x - x_0)^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (26.3)$$

Se o ponto estiver à direita da espira de raio b .

Questão 27

Bobinas de Helmholtz. Tome como referência a figura 27.1. As bobinas de Helmholtz são usadas no laboratório para se obter um campo magnético constante nas vizinhanças do centro da distância entre as bobinas. Determine o módulo B no ponto P . As duas bobinas possuem o mesmo número N de espiras.

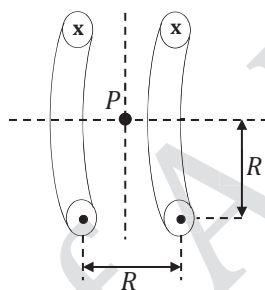


Figura 27.1

Resolução:

Poderemos utilizar (26.1), em que: $a = b = R$, $x_0 = R$ e $x = R/2$. Assim, teremos:

$$\begin{aligned} B_P &= \frac{\mu_0 N i}{R \left(\frac{5}{4} \right)^{\frac{3}{2}}} \\ \therefore B_P &= \frac{8 \mu_0 N i}{R \cdot 5^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (27.1)$$

Questão 28

Dois longos fios retilíneos condutores com massa específica linear λ estão suspensos por meio de cordas de modo que eles ficam dispostos paralelamente sobre um plano horizontal e a distância entre eles é igual a d . As extremidades da direita dos fios são conectadas entre si por meio de um fio frouxo de resistência desprezível. Um capacitor carregado (capacitância C) é ligado ao sistema; a placa positiva do capacitor (carga inicial $+Q$) está conectada com a extremidade da esquerda de um dos fios e a placa negativa do capacitor (carga inicial $-Q$) está conectada com a extremidade da esquerda do outro fio (figura 28.1). Ambas as conexões são feitas mediante dois frouxos com resistência desprezível. Quando a conexão é estabelecida, os fios são repelidos lateralmente pela ação das forças magnéticas repulsivas das correntes de sentidos contrários, e cada fio adquire uma velocidade inicial v_0 . Suponha que o tempo de descarga do capacitor seja desprezível em relação ao tempo do deslocamento dos fios. A) Mostre que a velocidade inicial dos fios é dada por:

$$v_0 = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi\lambda R C d'}$$

onde R é a resistência total do circuito. B) Determine v_0 numericamente sendo que o capacitor foi inicialmente carregado mediante a conexão a uma fonte de $3,00 \text{ kV}$ e considerando $\lambda = 4,50 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1}$, $d = 3,00 \text{ cm}$, $C = 2,50 \mu\text{F}$ e $R = 0,0480 \Omega$. C) Que altura h cada fio atingirá depois que a conexão for estabelecida?

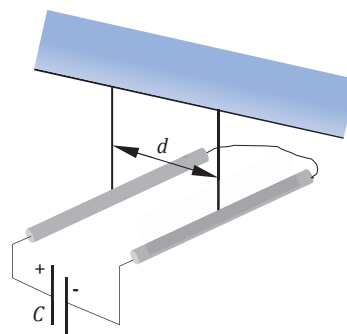


Figura 28.1

Resolução:

A) Sabemos que a força entre os fios será de repulsão, pois as correntes, em cada fio, possuem sentidos contrários. E a força de repulsão é dada por:

$$F = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi d} \cdot l \quad (28.1)$$

Em que l é o comprimento dos condutores. Durante a descarga do capacitor (veja Física 3-07 – Questão 22), a corrente terá intensidade dada por:

$$i = \frac{Q_0}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (28.2)$$

Utilizando (28.1) e (28.2), teremos:

$$F = m \cdot \frac{dv}{dt} \\ \frac{m}{l} \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{\mu_0}{2\pi d} \cdot \frac{Q_0^2}{R^2 C^2} \cdot e^{-\frac{2t}{RC}} \quad (28.3)$$

Resolvendo a equação diferencial (28.3), teremos:

$$\lambda \cdot v_0 = \frac{\mu_0 Q_0^2}{2\pi d(RC)^2} \int_0^t e^{-\frac{2t}{RC}} dt \\ \therefore v_0 = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi dRC\lambda} \left(1 - e^{-\frac{2t}{RC}}\right) \quad (28.4)$$

Levando em consideração que o capacitor descarrega muito rápido ($t \rightarrow \infty$), teremos de (28.4):

$$v_0 = \frac{\mu_0 Q_0^2}{4\pi dRC\lambda} \quad (28.5)$$

B) Utilizando os dados numéricos:

$$Q_0 = C \cdot V = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ C} \quad (28.6)$$

E

$$v_0 \cong 0,347 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (28.7)$$

C) Utilizando a conservação da energia mecânica (desprezando os efeitos das forças dissipativas), teremos:

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \\ \therefore h \cong 6,1 \text{ mm} \quad (28.8)$$

Em que $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Questão 29

Um fio contido no plano yz forma uma semicircunferência de raio a com centro de curvatura na origem (figura 29.1). Sendo I a corrente que circula no fio, calcule os componentes do campo magnético produzido no ponto P situado sobre o eixo Ox e a uma distância x para fora do centro.

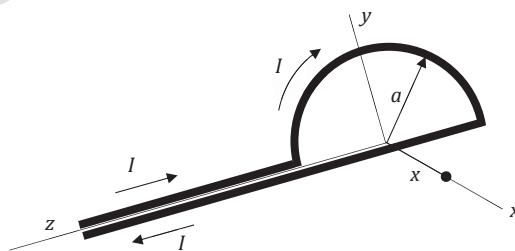


Figura 29.1

Resolução:

O trecho do circuito com $z > a$, não contribui com campo magnético, pois os dois condutores são paralelos e bem próximos com correntes em sentidos opostos. Então só a semicircunferência e a parte retilínea de comprimento $2a$ contribuem para o campo magnético.

Para a parte retilínea teremos:

$$B_R = \frac{\mu_0 i}{4\pi x} \cdot \frac{2a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \quad (29.1)$$

Agora para a parte semicircular devemos levar em consideração a contribuição que ocorrerá também

na direção de Oy . A figura 29.2 mostra a configuração da parte semicircular.

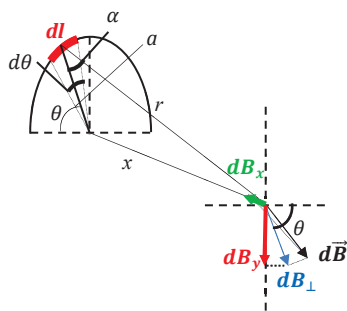


Figura 29.2

Pela Lei de Biot-Savart, o elemento de campo dado pela corrente será:

$$dB = \frac{\mu_0 i dl}{4\pi r^2} \quad (29.2)$$

Para a direção de Ox , temos:

$$dB_x = \frac{\mu_0 i dl}{4\pi r^2} \cdot \cos\alpha \quad (29.3)$$

Em que $\cos\alpha = \frac{a}{r}$ e $r = \sqrt{a^2 + x^2}$. Integrando (29.3), teremos:

$$B_x = \frac{\mu_0 i a^2}{4(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (29.4)$$

Agora, para Oy , teremos:

$$dB_y = dB_{\perp} \sin\theta \quad (29.5)$$

E

$$dB_{\perp} = dB \sin\alpha \quad (29.6)$$

Em que $\sin\alpha = \frac{x}{r}$. Devemos observar também que:

$$dl = a d\theta \quad (29.7)$$

Assim, utilizando (29.2), (29.6), (29.7) em (29.5), teremos:

$$dB_y = \frac{\mu_0 i x a}{4\pi r^3} \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta$$

$$\therefore B_y = \frac{\mu_0 i x a}{2\pi(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (29.8)$$

Assim, utilizando (29.1), (29.4) e (29.8), teremos para o campo resultante:

$$\vec{B} = -B_x i + (B_R - B_y) j \quad (29.9)$$